Define: $\omega o = \dfrac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$ $\quad Zo = \dfrac{1}{Yo} = \sqrt{\dfrac{L}{C}}$ $\quad Q = \dfrac{Zo}{R}$ $\quad \alpha = \dfrac{\omega}{\omega o}$ $\quad \beta = \left(\dfrac{1}{Q^2} - 2\right) = \left(\dfrac{1 - 2 \cdot Q^2}{Q^2}\right)$

$$v(t) = \sin(\omega \cdot t) = \frac{1}{C} \cdot \int i(t)\, dt + L \cdot \frac{d}{dt} i(t) + R \cdot i(t)$$

Try a steady state solution: $\quad i(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t) + B \cdot \sin(\omega \cdot t)$

$$\sin(\omega \cdot t) = \frac{1}{C} \cdot \int (A \cdot \cos(\omega \cdot t) + B \cdot \sin(\omega \cdot t))\, dt + L \cdot \frac{d}{dt}(A \cdot \cos(\omega \cdot t) + B \cdot \sin(\omega \cdot t)) + R \cdot (A \cdot \cos(\omega \cdot t) + B \cdot \sin(\omega \cdot t))$$

$$\sin(\omega \cdot t) = \frac{1}{C \cdot \omega} \cdot (A \cdot \sin(\omega \cdot t) - B \cdot \cos(\omega \cdot t)) + L \cdot (-A \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t) + B \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)) + R \cdot (A \cdot \cos(\omega \cdot t) + B \cdot \sin(\omega \cdot t))$$

$$C \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t) = (A \cdot \sin(\omega \cdot t) - B \cdot \cos(\omega \cdot t)) + L \cdot C \cdot \omega \cdot (-A \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t) + B \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)) + R \cdot C \cdot \omega \cdot (A \cdot \cos(\omega \cdot t) + B \cdot \sin(\omega \cdot t))$$

$$C \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t) - B \cdot \cos(\omega \cdot t) + A \cdot R \cdot C \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) + B \cdot R \cdot C \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t) - A \cdot L \cdot C \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t) + B \cdot L \cdot C \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$\left(B \cdot L \cdot C \cdot \omega^2 + A \cdot R \cdot C \cdot \omega - B\right) \cdot \cos(\omega \cdot t) + \left(-A \cdot L \cdot C \cdot \omega^2 + B \cdot R \cdot C \cdot \omega - C \cdot \omega + A\right) \cdot \sin(\omega \cdot t) = 0$$

==> $\quad B \cdot L \cdot C \cdot \omega^2 + A \cdot R \cdot C \cdot \omega - B = 0$ $\quad$ and $\quad -A \cdot L \cdot C \cdot \omega^2 + B \cdot R \cdot C \cdot \omega - C \cdot \omega + A = 0$

$\quad A \cdot R \cdot C \cdot \omega + B \cdot \left(L \cdot C \cdot \omega^2 - 1\right) = 0$ $\quad\quad A \cdot \left(1 - L \cdot C \cdot \omega^2\right) + B \cdot R \cdot C \cdot \omega = C \cdot \omega$

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} R \cdot C \cdot \omega & \left(L \cdot C \cdot \omega^2 - 1\right) \\ \left(1 - L \cdot C \cdot \omega^2\right) & R \cdot C \cdot \omega \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ C \cdot \omega \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\alpha}{Q} & \left(\alpha^2 - 1\right) \\ \left(1 - \alpha^2\right) & \dfrac{\alpha}{Q} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \dfrac{\alpha}{Zo} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{Q^2 \cdot \alpha - Q^2 \cdot \alpha^3}{Zo \cdot \left(Q^2 \cdot \alpha^4 - 2 \cdot Q^2 \cdot \alpha^2 + Q^2 + \alpha^2\right)} \\ \dfrac{Q \cdot \alpha^2}{Zo \cdot \left(Q^2 \cdot \alpha^4 - 2 \cdot Q^2 \cdot \alpha^2 + Q^2 + \alpha^2\right)} \end{bmatrix} = \frac{Q^2 \cdot \alpha}{Zo \cdot \left(Q^2 \cdot \alpha^4 - 2 \cdot Q^2 \cdot \alpha^2 + Q^2 + \alpha^2\right)} \cdot \begin{bmatrix} \left(1 - \alpha^2\right) \\ \dfrac{\alpha}{Q} \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \frac{1}{Zo} \cdot \frac{\alpha}{\alpha^4 + \left(\dfrac{1}{Q^2} - 2\right) \cdot \alpha^2 + 1} \cdot \begin{pmatrix} 1 - \alpha^2 \\ \dfrac{\alpha}{Q} \end{pmatrix} = \frac{1}{Zo} \cdot \frac{\alpha}{\left(\alpha^4 + \beta \cdot \alpha^2 + 1\right)} \cdot \begin{bmatrix} \left(1 - \alpha^2\right) \\ \dfrac{\alpha}{Q} \end{bmatrix}$$

$$i(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t) + B \cdot \sin(\omega \cdot t) = \frac{1}{Zo} \cdot \left(\frac{\alpha}{\alpha^4 + \beta \cdot \alpha^2 + 1}\right) \cdot \left[\left(1 - \alpha^2\right) \cdot \cos(\omega \cdot t) + \frac{\alpha}{Q} \cdot \sin(\omega \cdot t)\right]$$

$$i(t) = A\cdot\cos(\omega\cdot t) + B\cdot\sin(\omega\cdot t)$$

$$i(t) = M\cdot\sin(\omega\cdot t + \phi) = M\cdot(\sin(\omega\cdot t)\cdot\cos(\phi) + \cos(\omega\cdot t)\cdot\sin(\phi))$$

$$\Longrightarrow \qquad B = M\cdot\cos(\phi) \qquad A = M\cdot\sin(\phi) \qquad M = \sqrt{A^2 + B^2} \qquad \phi = \operatorname{atan}\left(\frac{A}{B}\right) \qquad \phi = \operatorname{atan}\left[\frac{Q\cdot\left(1 - \alpha^2\right)}{\alpha}\right]$$

$$M = \frac{\alpha}{Zo}\cdot\frac{\sqrt{\left[\left(1-\alpha^2\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{Q}\right)^2\right]}}{\left(\alpha^4 + \beta\cdot\alpha^2 + 1\right)} = \frac{\alpha}{Zo}\cdot\frac{\sqrt{\left[\alpha^4 + \left(\frac{1}{Q^2} - 2\right)\cdot\alpha^2 + 1\right]}}{\left(\alpha^4 + \beta\cdot\alpha^2 + 1\right)} = \frac{\alpha}{Zo}\cdot\frac{\sqrt{\left(\alpha^4 + \beta\cdot\alpha^2 + 1\right)}}{\left(\alpha^4 + \beta\cdot\alpha^2 + 1\right)} = \frac{1}{Zo}\cdot\frac{\alpha}{\sqrt{\left(\alpha^4 + \beta\cdot\alpha^2 + 1\right)}}$$

$$i(t) = \frac{1}{Zo}\cdot\frac{\alpha}{\sqrt{\left(\alpha^4 + \beta\cdot\alpha^2 + 1\right)}}\cdot\sin\left[\omega\cdot t + \operatorname{atan}\left[\frac{Q\cdot\left(1-\alpha^2\right)}{\alpha}\right]\right]$$

$$M(\alpha, Q) := \frac{\alpha}{\sqrt{\left(\alpha^4 + \frac{1 - 2\cdot Q^2}{Q^2}\cdot\alpha^2 + 1\right)}} \qquad \phi(\alpha, Q) := \operatorname{atan}\left[\frac{Q\cdot\left(1-\alpha^2\right)}{\alpha}\right] \qquad Q := 10$$